

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
Глава I. Конечные разности	9
1. Разности различных порядков. Таблица разностей	9
2. Формулы для вычисления разностей	11
3. Закон распределения погрешностей по таблице разностей	12
4. Теоремы о конечных разностях	15
5. Разности факториального многочлена	17
6. Разложение произвольного многочлена по факториальным многочленам	18
7. Разности нуля	19
8. Сумма степеней последовательных целых чисел	19
9. Центральные разности	20
Глава II. Конечные суммы	24
10. Исчисление, обратное исчислению разностей	24
11. Элементарный способ суммирования	25
12. Суммирование по частям	28
Глава III. Разделённые разности	29
13. Определения и обозначения	29
14. Симметричность и другие свойства разделённых разностей	31
15. Разделённая разность как отношение двух определителей	32
16. Разделённая разность, выраженная при помощи интегралов	33
17. Разделённая разность в виде комплексного интеграла	35
18. Теоремы о разделённых разностях	35
19. Разделённые разности от произведения нескольких функций	36
20. Разложение произвольного многочлена по многочленам последовательно возрастающих степеней	38
21. Разделённые разности с повторяющимися значениями аргумента	39
22. Последовательные производные разделённых разностей	43
23. Разделённые разности с повторяющимися значениями комплексного аргумента	44
24. О связи между разделёнными и конечными разностями	45
25. Разности высших порядков от произведения нескольких функций	47
Глава IV. Обратные разности	48
26. Определения и обозначения	48
27. Разложение функции в непрерывную дробь	50
28. Обратная разность как отношение двух определителей	50
29. Некоторые свойства обратных разностей	54
30. Обратные разности с повторяющимися значениями аргумента	55
Глава V. Равномерные (наилучшие) приближения	56
31. Предварительные замечания	56
32. Первая теорема Вейерштрасса об аппроксимации	59
33. Вторая теорема Вейерштрасса	62
34. О наилучшем приближении функций многочленами	64
35. Многочлены Чебышева	67
36. Некоторые свойства многочленов Бернштейна	71
37. О связи между производными приближаемой функции и приближающими многочленами Бернштейна	74
38. О скорости убывания наименьшего отклонения	76

Глава VI. Точечное интерполирование	78
39. Цель интерполяции	78
40. Формула Ньютона для неравных промежутков аргумента	82
41. Формулы Ньютона для равноотстоящих значений аргумента	84
42. Аппроксимация многочленами первых двух степеней	87
43. Формула Ньютона для функции комплексного переменного	88
44. Интерполяционная формула Лагранжа	90
45. Сходимость процесса интерполяции	91
46. О качестве приближения в зависимости от расположения узлов	95
47. Новые интерполяционные формулы	96
48. Интерполяционные формулы Гаусса	99
49. Интерполяционная формула Стирлинга	103
50. Формула Бесселя	105
51. Формула Эверетта	107
52. Другие формулы интерполирования	108
53. Заметка о правиле Шенпарда	110
54. Некоторые практические указания	112
55. О погрешностях интерполяционных формул	114
56. К оценке остаточного члена	116
57. Некоторые замечания к аппроксимации многочленами	118
58. Линейный процесс интерполирования Эйткина	119
59. Линейный процесс интерполирования Невилля	122
60. Линейный процесс интерполирования в случае повторяющихся значений аргумента	123
61. Интерполирование функций при помощи непрерывных дробей	125
62. Интерполирование обратными разностями с повторяющимися значениями аргумента	128
63. Тригонометрическое интерполирование	130
64. О сходимости тригонометрических интерполяционных многочленов	133
65. Интерполирование с кратными узлами	138
66. Общая интерполяционная формула	140
67. Остаточный член общей интерполяционной формулы	141
68. Другие интерполяционные формулы с кратными узлами	143
69. Интерполирование последовательными производными	144
70. Интерполяционный процесс Фейера	145
Глава VII. Квадратические приближения	148
71. Приближение функций по методу наименьших квадратов	148
72. Квадратическое приближение периодических функций посредством тригонометрических многочленов	153
73. Приближенное представление с помощью системы линейно независимых функций	156
74. Формулы Чебышева для квадратического приближения	159
75. Аппроксимация функции, зависящей нелинейно от одного или нескольких параметров	166
76. Аппроксимация кусочно-непрерывных функций	167
77. Система уравнений для определения коэффициентов квадратических приближений	170
78. Вычисление квадратической погрешности	172
79. Квадратические приближения функций от многих независимых переменных	174
Глава VIII. Ряды Фурье и ортогональные многочлены	177
80. Ортогональные системы функций	177
81. Приближение линейно независимыми функциями	180
82. Характер сходимости рядов Фурье	183
83. Непериодические функции	185
84. Почленное интегрирование и дифференцирование ряда Фурье	185
85. Представление функции рядом Фурье в произвольном промежутке	187
86. Влияние разрывов функции и её производных на порядок малости коэффициентов	189
87. Оценка остаточного члена ряда Фурье	192
88. Разложение в ряд Фурье функции, склеенной из нескольких многочленов	193
89. Метод Крылова улучшения сходимости тригонометрических рядов	196

§ 90.	Примеры	199
§ 91.	Многочлены Лежандра	202
§ 92.	Дифференциальное уравнение Лежандра	204
§ 93.	Ортогональность	205
§ 94.	Рекуррентная формула	205
§ 95.	Геометрические свойства многочленов Лежандра	206
§ 96.	Нормирующий множитель	207
§ 97.	Интегральное представление. Производящая функция	208
§ 98.	Границы для $X_n(x)$	208
§ 99.	Разложения по многочленам Лежандра	209
§ 100.	Сходимость в точке разрыва	212
§ 101.	Равномерная сходимость ряда Лежандра	213
§ 102.	О вычислении интеграла с переменным пределом	214
§ 103.	Формулы для вычисления кратных интегралов	216
§ 104.	Практический гармонический анализ	218
§ 105.	О вычислении интеграла функции, зависящей от параметра	225
§ 106.	Кратные ряды Фурье	228
§ 107.	Ряды произведений косинусов и синусов	230
Глава IX.	Эмпирические формулы	232
§ 108.	Предварительные замечания	232
§ 109.	Сглаживание результатов наблюдений	236
§ 110.	Графический метод	239
§ 111.	Метод средних	242
§ 112.	Метод наименьших квадратов	245
Глава X.	Расширение математических таблиц	247
§ 113.	О расширении таблиц	247
§ 114.	Формулы для расширения таблиц	247
Глава XI.	Обратная интерполяция	253
§ 115.	Задача обратного интерполирования	253
§ 116.	Обратная интерполяция последовательными приближениями	253
§ 117.	Обращение рядов	255
§ 118.	Формулы обратного интерполирования	257
§ 119.	Формулы Лагранжа и Бюрманна	258
§ 120.	Применение формулы Тейлора	261
Глава XII.	Численное дифференцирование	265
§ 121.	Формулы численного дифференцирования с разностями	265
§ 122.	Формула Маркова	267
§ 123.	Уменьшение промежутка	271
§ 124.	Разложение разности по разностям последовательно возрастающих порядков	273
§ 125.	Формулы численного дифференцирования с центральными разностями	274
§ 126.	Зависимость между разностями различных порядков и производными	279
§ 127.	Безразностные формулы	280
§ 128.	Формулы для односторонних производных	286
§ 129.	Таблицы для построения безразностных формул	287
§ 130.	Замечания о безразностных формулах	294
§ 131.	О способе неопределённых коэффициентов	295
Глава XIII.	Численное интегрирование	298
§ 132.	О приближённом вычислении интегралов	298
§ 133.	Несобственные интегралы	303
§ 134.	Формулы прямоугольников	304
§ 135.	Новые интерполяционные формулы	307
§ 136.	Общие квадратурные формулы	308
§ 137.	Квадратурные формулы замкнутого типа с нечётным числом абсцисс	310
§ 138.	Остаточный член формулы с нечётным числом абсцисс	312
§ 139.	Квадратурные формулы замкнутого типа с чётным числом абсцисс	316
§ 140.	Остаточные члены формул с чётным числом абсцисс	318
§ 141.	Формулы квадратур незамкнутого типа	322
§ 142.	Квадратурные формулы с фиксированными абсциссами	325

§ 143.	Квадратурные формулы с абсциссами, лежащими вне промежутка интегрирования	327
§ 144.	Относительная точность формул замкнутого типа	332
§ 145.	Выражение погрешности через два вычисленных результата	336
§ 146.	Примеры	338
§ 147.	Квадратурные формулы Гаусса	340
§ 148.	Квадратурные формулы Чебышева	345
§ 149.	Квадратурные формулы Маркова	350
§ 150.	Исследование Бернштейна о квадратурных формулах	353
§ 151.	Новые квадратурные формулы	356
§ 152.	Новый способ вычисления коэффициентов и абсцисс квадратурных формул	358
§ 153.	О приёмах целесообразного использования квадратурных формул	360
§ 154.	Исследования Стеклова о квадратурных формулах	374
§ 155.	Вычисление интеграла Стильтьеса	377
§ 156.	Формулы квадратур с разностями	379
§ 157.	Квадратурные формулы с разностями, лежащими на зигзагообразных линиях	384
§ 158.	Исследование Стеклова о сходимости квадратурных формул	386
§ 159.	О приближённом вычислении несобственных интегралов	388
§ 160.	Формулы квадратур с производными интегрируемой функции	392
§ 161.	О способе неопределённых коэффициентов	397
§ 162.	Формулы для приближённого вычисления кратных интегралов	408
§ 163.	О неравенствах для оценки определённых интегралов	410
Глава XIV. Формула суммирования Эйлера		413
§ 164.	Предварительные замечания	413
§ 165.	Многочлены Бернулли	413
§ 166.	Числа Бернулли	415
§ 167.	Рекуррентные формулы	415
§ 168.	Аналитические свойства многочленов Бернулли	416
§ 169.	Свойства чисел Бернулли	417
§ 170.	Геометрические свойства многочленов Бернулли	418
§ 171.	Формула Эйлера	420
§ 172.	Приложение к приближённому вычислению определённых интегралов	423
§ 173.	О сходимости формулы Эйлера	424
§ 174.	Формула суммирования Эйлера	427
§ 175.	Случай бесконечных пределов	428
§ 176.	Общая формула для суммы положительных степеней	429
§ 177.	Формула Стирлинга	430
§ 178.	Формула Остроградского	432
Глава XV. Формулы суммирования с разностями		433
§ 179.	Предварительное замечание	433
§ 180.	Формула суммирования Грегори	433
§ 181.	Формула суммирования Лапласа	434
§ 182.	Первая формула суммирования Гаусса	435
§ 183.	Вторая формула суммирования Гаусса	438
§ 184.	Формула суммирования Лабока	441
§ 185.	Пример	442
Глава XVI. Кратное суммирование		446
§ 186.	Суммы различных кратностей. Таблицы сумм	446
§ 187.	Явное выражение кратной суммы через значения функции	448
§ 188.	Вычисление моментов суммированием	449
§ 189.	Кратное интегрирование	451
§ 190.	Упрощение формул суммирования Гаусса	452
§ 191.	Табулирование неопределённого интеграла	455
§ 192.	Формулы суммирования для кратного интегрирования	458
Глава XVII. Интерполирование функции многих переменных		462
§ 193.	Интерполирование функции двух переменных	462
§ 194.	Двойные разности	464
§ 195.	Двойные разности с равноотстоящими значениями аргументов	465
§ 196.	Интерполяционные формулы с разделёнными разностями	467

§ 197.	Интерполяционная формула Лагранжа с двумя переменными . . .	471
§ 198.	Интерполяционные формулы для функций с тремя и большим числом переменных	472
§ 199.	Формулы интерполирования с разностями	473
Глава XVIII. Кубатурные формулы		481
§ 200.	Введение	481
§ 201.	Повторное применение квадратурных формул	482
§ 202.	Метод поперечных сечений	483
§ 203.	Несобственные двойные интегралы	485
§ 204.	Кубатурные формулы, получаемые интегрированием интерполированных формул	486
§ 205.	Кубатурные формулы с разностями	492
§ 206.	Формулы кубатур, содержащие частные производные интегрируемой функции	493
§ 207.	Двойные интегралы в области произвольного вида	496
§ 208.	Приближённое вычисление двойного интеграла в прямоугольнике	498
§ 209.	Двойные интегралы, распространённые на симметричные области	503
§ 210.	Кубатурные формулы для круга	504
§ 211.	Построение приближённых формул для кратных интегралов	507
Глава XIX. Символическое исчисление		509
§ 212.	Символические многочлены	509
§ 213.	Оператор смещения	510
§ 214.	Бесконечные ряды операторов	510
§ 215.	Приложения операторного исчисления	511
§ 216.	О связи между разностным оператором и оператором дифференцирования	512
§ 217.	Общие замечания	512
Цитированная литература		514
Алфавитный указатель		522